

अर्द्धवार्षिक परीक्षा - 2023-24 PDV

समय : 3:00 घण्टा)

कक्षा : 11

(पूर्णांक : 100

विषय : गणित

- नोट- (1) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
(2) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(3) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
(4) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
(5) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

1. बहुविकल्पीय प्रश्न -

5×1

(क) यदि A तथा B दो समुच्चय हैं तो $A \cap (A \cup B)$ बराबर है -

(अ) A (ब) B (स) ϕ (द) $A \cap B$

(ख) माना $n(A) = m$ और $n(B) = n$ तो A से B में परिभाषित किए जा सकने वाले अरिक्त सम्बन्धों की कुल संख्या -

(अ) m^n (ब) $n^m - 1$ (स) $mn - 1$ (द) $2^{mn} - 1$

(ग) ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ है, तो n का मान है -

(अ) 20 (ब) 12 (स) 6 (द) 30

(घ) यदि $\tan \theta = \frac{1}{2}$ तथा $\tan \phi = \frac{1}{3}$ है, तो $\theta + \phi$ का मान है -

(अ) $\frac{\pi}{6}$ (ब) π (स) 0 (द) $\frac{\pi}{4}$

(ङ) यदि x एक वास्तविक संख्या है तथा $|x| < 3$ तब

(अ) $x \geq 3$ (ब) $-3 < x < 3$ (स) $x \leq -3$ (द) $-3 \leq x \leq 3$

2. सभी खण्ड कीजिए -

5×1

(क) $\sin \theta + \sin(90^\circ + \theta) + \sin(180^\circ + \theta) + \sin(270^\circ + \theta) = 0$ सिद्ध करो।

(ख) सिद्ध करो कि - $\sin 105^\circ \cdot \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$

(ग) श्रेणी 4, 9, 14, का कौन-सा पद 104 है।

(घ) यदि $G = \{7, 8\}$, $H = \{5, 4, 2\}$ तो $G \times H$ ज्ञात करो।

(ङ) यदि $f(x) = 2x - 5$ तो $f(-3)$ ज्ञात करो।

3. सभी खण्ड कीजिए -

2×4

(क) यदि $A = \{1, 2\}$ और $B = \{3, 4\}$ तथा $(A \times B)$ के कितने उपसमुच्चय होंगे। उन उपसमुच्चयों को लिखो।

(ख) यदि $f(x) = x^2 + 2$ जहाँ x वास्तविक संख्या है, तो इसका प्रान्त एवं परिसर ज्ञात करो।

(ग) यदि $\tan \theta = 3$ है और θ तीसरे चतुर्थांश में है तो $\sin \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

(घ) 75° को रेडियन में बदलिए।

4. सभी खण्ड हल कीजिए -

2×4

(क) n का मान बताओ यदि ${}^{2n}C_3 : {}^nC_2 = 12:1$

(ख) $\frac{4 + \sqrt{-3}}{4 - \sqrt{-3}}$ का $A + iB$ के रूप में बदलिए।

(ग) समीकरण $x^2 + 2 = 0$ को हल करो।

(घ) समिश्र संख्या $\frac{1+i}{1-i}$ का मापांक ज्ञात करो।

5. सभी खण्ड कीजिए -

5×5

(क) यदि $z = x + iy$ एक समिश्र संख्या है तथा $|z - 1| = |z + 1|$ है, तो सिद्ध करो कि $|z| = y$ ।

(ख) उस द्विघात समीकरण को ज्ञात करो जिसका एक मूल $3 - 2i$ है।

(ग) असमिका $-5 \leq \frac{5 - 2x}{2} \leq 8$ को हल करो।

(घ) यदि ${}^nP_r = 720$ तथा ${}^nC_r = 120$ हो तो r का मान बताओ।

(ङ) अंकों 2, 3, 4 एवं 7 से कितनी संख्याएँ बनायी जा सकती हैं, जबकि अंकों की पुनरावृत्ति न हों?

6. सभी खण्ड करो -

5×5

(क) सिद्ध करो कि ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

(ख) ऐसी तीन संख्याएँ ज्ञात करो जो समान्तर श्रेणी में हैं और उनका योग 21 तथा अन्तिम दो संख्याओं का गुणनफल 63 है।

(ग) यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में तथा x, y, z गुणोत्तर श्रेणी में है, तो सिद्ध करो कि $x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1$

(घ) यदि $f(x) = 3 \sin x$ तथा $g(x) = \cos^2 x$ तो $(f + g) \frac{\pi}{6}$ का मान बताओ।

7. कोई एक खण्ड करो -

8×1

(क) $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद का मान ज्ञात करो।

(ख) सिद्ध कीजिए - $\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \left(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}\right)^2$

8. कोई एक खण्ड करो -

8×1

(क) यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद a तथा n वाँ पद b है एवं n पदों का गुणनफल P है तो सिद्ध करो कि $P^2 = (ab)^n$

(ख) सम्मिश्र संख्या $(7+24i)$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

9. कोई एक खण्ड करो -

8×1

(क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल करो -

$$x + 2y \leq 8$$

$$2x + y \leq 8$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

(ख) यदि $a = \cos \alpha + i \sin \alpha$ तथा $b = \cos \beta + i \sin \beta$ है, तो सिद्ध

करो कि - $\frac{a-b}{a+b} = i \tan \frac{\alpha-\beta}{2}$
