

अर्द्धवार्षिक परीक्षा - 2023-24 PDV

समय : 3:15 घण्टा)

कक्षा : 12

(पूर्णांक : 100

विषय : गणित

- नोट- (1) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
(2) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(3) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
(4) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
(5) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाएँ।
जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

1. सही विकल्प चुनकर लिखिए -

5×1

(क) समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3)\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध -

(अ) सममित है (ब) स्वतुल्य है (स) संक्रामक है (द) तृच्छ है

(ख) यदि $\sin^{-1} x = y$ हो, तो

(अ) $0 \leq y \leq \pi$ (ब) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ (स) $0 < y < \pi$

(ग) मान लीजिए कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ है, सही उत्तर चुनिए -

(अ) f एकैकी आच्छादक है (ब) f बहुएक आच्छादक

(स) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

(द) f न तो एकैकी है और न ही आच्छादक

(घ) $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{3dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है -

(ङ) $A = \begin{bmatrix} 2+i & -i \\ 3 & 4i \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1-i & 2i \\ 2i & 3 \end{bmatrix}$ तो $A+B$ का मान बताओ।

2. सभी खण्ड हल करो -

5×1

(क) दिखाइए कि फलन $f(x) = |\cos x|$ द्वारा परिभाषित फलन एक सतत फलन है।

(ख) अवकल समीकरण $xy \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - y \frac{dy}{dx} = 0$ की कोटि एवं घात बताओ।

(ग) $\int \cot x dx$ का मान बताओ।

(घ) x और y के मान ज्ञात कीजिए ताकि $2i + 3j$ और $xi + yj$ समान हो।

(ङ) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ का मान बताओ।

3. सभी खण्ड कीजिए -

2×4

(क) वक्र $y = x^2 - x = 3$ के किस बिन्दु पर स्पर्शिका की ढाल 7 होगी?

(ख) $\sec^{-1} x$ का x के सापेक्ष अवकलन गुणांक ज्ञात करो।

(ग) $\frac{dy}{dx} = xy + x + y + 1$ को हल कीजिए।

(घ) $\int \frac{\cos^2(\log x)}{x} dx$ का मान ज्ञात करो।

4. सभी खण्ड कीजिए -

2×4

(क) यदि $y = x^x \cos x$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात करो।

(ख) सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$

(ग) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix} = 0$

(घ) $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ अवकल समीकरण को हल कीजिए।

5. सभी खण्ड कीजिए -

5×5=25

(क) $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$

(ख) $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$ सिद्ध करो।

(ग) $(\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ हो, तो $A^2 - 5A + 6I$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ङ) $\int \frac{1}{e^x - i} dx$ का मान ज्ञात करो।

6. सभी खण्ड कीजिए -

5×5=25

(क) $(3\bar{a} - 5\bar{b}) \cdot (2\bar{a} + 7\bar{b})$ का मान ज्ञात करो।

(ख) दिखाइए कि $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर असतत है।

(ग) $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$ का मान ज्ञात करो।

(घ) दिखाइए कि x^x का मान $x = \frac{1}{e}$ पर निम्नित है।

(ङ) λ और μ का मान ज्ञात करो यदि -

$$(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + \lambda\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए -

8

(क)
$$\begin{vmatrix} a & b+c & a^2 \\ b & c+a & b^2 \\ c & a+b & c^2 \end{vmatrix} = -(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$$

(ख) $\int \frac{3x+1}{2x^2+x+1} dx$ का मान ज्ञात करो।

8. कोई एक प्रश्न हल कीजिए -

8

(क) आव्यूह विधि से हल कीजिए -

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 1 \\ x - 2y - 3z &= 1 \\ 3x + 2y + 4z &= 5 \end{aligned}$$

(ख) निम्न अवरोधों के अर्न्तगत $z = 5x + 3y$ का अधिकतमीकरण कीजिए

$$3x + 5y \leq 15, 5x + 2y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$$

9. कोई एक प्रश्न हल करो -

8

(क) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$ का मान ज्ञात करो।

(ख) $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

PDF Hindustanknowledge.com