

नाम ... Sarvesh Kumar

अनुक्रमांक ... 1359

प्री-बोर्ड परीक्षा—2024

गणित

कक्षा—12

A₁-XII-गणित

समय : 3 घण्टा 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

- निर्देश—(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में यह लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।
(iii) प्रश्नों के अंक उनके सामने दिये गये हैं।

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए—

(क) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|k.A|$ का मान होगा— 1

(a) $k|A|$ (b) $k^2|A|$ (c) $k^3|A|$ (d) $3k|A|$ ✓

(ख) $\cos^{-1} x$ के सापेक्ष $\cos^{-1}(2x^2 - 1)$ का अवकलज है— 1

(a) 2 (b) $\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{2}{x}$ (d) $1 - x^2$

(ग) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ तब $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का मान है— 1

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) परिभाषित नहीं (d) ✓

(घ) बिन्दु (α, β, γ) की y-अक्ष से दूरी है— 1

(a) β (b) $|\beta|$

(c) $|\beta| + |\gamma|$ (d) ✓ $\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$

(ङ) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है—1

✓(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) परिभाषित नहीं है।

P.T.O.

2. सभी खण्ड हल कीजिए—

(क) $\operatorname{cosec}^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

(ख) $\frac{d}{dx} \cot^3 2x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 1

(ग) दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x) = 7x - 3$; R पर एक निरन्तर वर्धमान फलन है। 1

(घ) $\int \sec x(\sec x + \tan x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

(ङ) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{a^2 + x^2}$ अवकल समीकरण में कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए। 1

3. सभी खण्ड हल कीजिए—

(क) दिखाइए कि रेखाएँ $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ परस्पर लम्ब हैं। 2

(ख) सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। 2

(ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+e^x}{y}$ को हल कीजिए। 2

(घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $(A^{-1})^{-1} = A$ । 2

4. सभी खण्ड हल कीजिए—

(क) 0 और π के बीच, वक्र $y = \sin x$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

(ख) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ग) $\sec x \cdot \tan x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

(घ) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix} = 0$ 2

5. कोई पाँच खण्ड हल कीजिए—

(क) यदि $R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$ है तो $R^{-1} \cup R^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ख) अगर फलन $f(x) = \frac{\sin(10x)}{x}$, $x \neq 0$, $x = 0$ पर संतत है तो $f(0)$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) यदि $y = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

(घ) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x \cos x$, R पर वर्धमान है। 5

(ङ) $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(च) $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ को हल कीजिए। 5

6. कोई पाँच खण्ड हल कीजिए—

(क) वक्र $y = \cos(x + y)$, $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ की उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 2y = 0$ के समान्तर है। 5

(ख) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 12}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) 52 ताशों की एक गड्डी में से एक के बाद एक दो पत्ते निकाले जाते हैं। यदि उन्हें निकालने के बाद पुनः ताश की गड्डी में नहीं रखा जाता है, तो दोनों पत्ते पान के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

(घ) बिन्दुओं $A(2, 2, -1)$, $B(3, 4, 2)$, $C(7, 0, 6)$ से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

(ङ) यदि $a \neq 0$ हो तो समीकरण $\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix} = 0$ को हल कीजिए। 5

(च) यदि A तथा B सममित आव्यूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि
 $AB - BA$ एक विषम सममित आव्यूह है। 5

7. कोई एक खण्ड हल कीजिए—

(क) यदि एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं के निर्देशांक
 $(1, 5, -1)$, $(0, 4, -2)$ और $(2, 3, 4)$ है, तो इसके शीर्षों के
 निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 8

(ख) $x^{\sin x} + (\sin x)^x$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए। 8

8. कोई एक खण्ड हल कीजिए—

(क) $\int \frac{1}{1+x+x^2+x^3} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

(ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b & b & c \\ b+c & c & a \\ c+a & a & b \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$$

9. कोई एक खण्ड हल कीजिए—

(क) सादृश विधि से सिद्ध कीजिए कि किसी ΔABC में

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

8

(ख) दर्शाइए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$, $x = 0$ पर संतत
 नहीं है।