

अर्द्ध वार्षिक परीक्षा Half Yearly Examination - 2022-23

विषय : गणित (Maths)

पूर्णांक MM : 70

समय Time : 3.15 hrs

कक्षा Class : XII (बारहवीं)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश : GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1. सर्वप्रथम परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र पर अपना नामांक अवश्य लिखें।
Candidate must write their Roll No. on the question paper.
2. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं। All the questions are compulsory.
3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।
Write the answer to each question in the given answer-book only.
4. प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तरण में किसी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें। If there is any error/difference/contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of the Hindi version should be treated valid.

खण्ड-अ Section-A

1. बहुविकल्पी प्रश्न Multiple choice questions -

(i) मान लीजिए कि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो फलन -

If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be defined as $f(x) = 3x$ then the function -

- (a) f एकैकी आच्छादक है f is one-one and onto
- (b) f बहुएक आच्छादक है f is many-one onto
- (c) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है f is one-one but not onto
- (d) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है f is neither one-one nor onto

(ii) $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान है - The value of $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ is:

- (a) π
- (b) $-\frac{\pi}{4}$
- (c) $\frac{\pi}{4}$
- (d) $2\frac{\pi}{3}$

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ दो आव्यूह हैं, तो AB होगा -

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ are two matrices, then AB will be -

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
- (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(iv) समीकरण $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ में y का मान है:

In the equation $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ the value of y is -

- (a) 6
- (b) -2
- (c) 2
- (d) 0

(v) यदि $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & x \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$, तो x का मान है If $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & x \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$, then value of x is -

- (a) 2
- (b) 3
- (c) -3
- (d) -2

(vi) $\log_{10} x$ का x के सापेक्ष अवकलज है: The derivative of $\log_{10} x$ w.r. to x is -

- (a) $\frac{1}{x}$
- (b) $\frac{1}{\log_e x}$
- (c) $\frac{\log_{10} e}{x}$
- (d) $\frac{1}{x \log_e x}$

(vii) $x = 2$ पर वक्र $y = x^2 - x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता है:

The slope of tangent to the curve $y = x^2 - x$ at $x = 2$ is -

- (a) 11
- (b) 6
- (c) 5
- (d) 3

(2)

(xiii) $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}$ बराबर है: equals:

(a) $\tan x + \cot x + C$

(b) $\tan x - \cot x + C$

(c) $\tan x \cot x + C$

(d) $\tan x - \cot 2x + C$

(xiv) अवकल समीकरण $(\frac{dy}{dx})^2 + \cos(\frac{dy}{dx}) = 0$ की घात है।

The degree of the differential equation $(\frac{dy}{dx})^2 + \cos(\frac{dy}{dx}) = 0$ is -

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) अपरिभाषित Not defined

(xv) सदिश $i + 2j + 2k$ के दिक्-कोसाइन है:

The direction cosine of the vector $i + 2j + 2k$ are -

(a) 1, 2, 2

(b) -1, -2, -2

(c) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

(d) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

(xvi) सदिश $i + j$ पर सदिश $i - j$ का प्रक्षेप है:

The projection of the vector $i + j$ on the vector $i - j$ is -

(a) 1

(b) 0

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(d) कोई नहीं none of these

(xvii) दो समतलों $2x + 3y + 4z = 4$ और $4x + 6y + 8z = 12$ के बीच की दूरी है:

Distance between the two planes $2x + 3y + 4z = 4$ and $4x + 6y + 8z = 12$ is.

(a) 2 इकाई 2 units

(b) 4 इकाई 4 units

(c) 8 इकाई 8 units

(d) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ इकाई units

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए Fil the blanks -

(i) $\sin^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{2}})$ का मुख्य मान है The principal value of $\sin^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{2}})$ is.....

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तो $A+B = \dots\dots\dots$

(iii) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6$ cm पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है

The rate of change of the area of circle with respect to its radius r at $r = 6$ cm is.....

(iv) $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}$ का मान है The value of $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}$ is.....

(v) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^x$ का व्यापक हल है। $e^x + e^y = C$

The general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = e^x$ is.....

(vi) बिन्दुओं $P(1, 2, 3)$ और $Q(2, 3, 4)$ को मिलाने वाला एवं P से Q की तरफ दिष्ट सदिश है। The vector joining the points $P(1, 2, 3)$ and $Q(2, 3, 4)$ directed from P to Q is.....

(vii) यदि $P(A) = 3/5, P(B) = 1/5$ और A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

If $P(A) = 3/5, P(B) = 1/5, A$ and B are independent events then $P(A \cap B)$ is equal.....

3. अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न Very short answer type questions -

(i) $f(x) = 2x + 3$ द्वारा प्रदत्त कथन $f: N \rightarrow N$ दर्शाइए कि $f(x)$ आच्छादक नहीं है।

Show that the function $f: N \rightarrow N$, given by $f(x) = 2x + 3$ is not onto.

(ii) 3×3 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखिए। Write the identity matrix of 3×3 order.

(iii) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 6 & 8 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{vmatrix}$ में अवयव 5 का उपसारणिक ज्ञात कीजिए।

Find the minor of the element 5 in the delivneirant. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 6 & 8 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{vmatrix}$

(iv) यदि $2x + 3y = \sin x$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। (3) If $2x + 3y = \sin x$ then find $\frac{dy}{dx}$ 1

(v) सिद्ध कीजिए R पर $f(x) = 3x + 17$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Prove that given function $f(x) = 3x + 17$ is increasing on R. 1

(vi) यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ सदिश हो, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ज्ञात कीजिए।

If vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ and vector $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ then find $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 1

(vii) x-अक्ष की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। Find the direction cosine of x-axis. 1

(viii) निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत सुसंगत हल क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए।

Show the region of feasible solution under the following constraints - 1

$$2x + 3y \leq 12 \quad x \geq 0, y \geq 0$$

(ix) यदि $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0.2$ तथा $P(A) = 0.8$ तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए।

If $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0.2$ and $P(A) = 0.8$, then find $P(A \cap B)$ 1

(x) यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ तथा $P(B) = x$

तब x का मान ज्ञात कीजिए।

If A and B are two independent events with

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ and $P(B) = x$, then find the value of x. 1

खण्ड-B Section-B

4. सिद्ध कीजिए - Prove that: $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 2

5. आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। Find the inverse of matrix $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ 2

6. $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \leq 1 \\ x - 5, & x > 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित कथन की $x = 1$ पर संतता की जांच कीजिए।

Examine the continuity of function $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \leq 1 \\ x - 5, & x > 1 \end{cases}$ at point $x = 1$ 2

7. ज्ञात कीजिए - Find - $\int_1^5 \frac{dx}{1+x^2}$ 2

8. ज्ञात कीजिए - Find - $\int \frac{e^x}{x} dx$ 2

9. x-अक्ष एवं $y = \sin x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जबकि $0 \leq x \leq \pi$

Find the area of bounded by the x-axis and $y = \sin x$ when $0 \leq x \leq \pi$. 2

10. वक्र $y = x^2$ एवं रेखा $y = 4$ के घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = 4$. 2

11. सदिशों \vec{a} व \vec{b} के लिए सिद्ध कीजिए कि -

For the Vectors \vec{a} and \vec{b} prove the $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2$ 2

12. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x, y और z अक्षों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतः

खण्ड काटता है। Find the equation of the plane with intercept 2, 3 and 4 on the x, y and z-axis respectively. 2

13. आलेखीय विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या के न्यूनतमीकरण के लिए हल कीजिए।

By graphical method solve the following linear programal problem for minimise.

उद्देश्य फलन Objective function $Z = 50 + 7y$

व्यवरोध Constraints $2x + y \geq 8$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

14. x के सापेक्ष $x^{\sin x}$ का अवकलन ज्ञात कीजिए, जबकि $x > 0$ है।

Differentiate $x^{\sin x}$ w.r. to x when $x > 0$

अथवा Or

यदि $y = \sin^{-1} x$ है तो दर्शाइए कि $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$

If $y = \sin^{-1} x$, then show that $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$

3

15. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ($x \neq 0$) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ($x \neq 0$)

अथवा Or

3

बिन्दु $(-2, 3)$ से गुजरने वाले ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवृत्ति $\frac{2x}{y}$ है। Find the equation of a curve if the slope to the tangent at the point (x, y) is $\frac{2x}{y}$ and passes through the point $(-2, 3)$.

16. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

अथवा Or

3

दर्शाइए कि रेखाएं $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ और $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ सह तलीय है।

Show that the lines $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ and $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ are coplanar.

अथवा Or

17. 52 ताशों की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है। शेष पत्तों से दो पत्ते निकाले जाते हैं जो ईट के पत्ते हैं। खो गए पत्ते की ईट होने की प्रायिकता क्या है? A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards of the pack two cards are drawn and are found to be both diamonds. Find the probability of two lost card being a diamond.

अथवा Or

4

एक यादृच्छिक चर x का प्रायिकता बंटन निम्न है, ज्ञात कीजिए -

A random variable x has the probability distribution is, Find

(i) K (ii) $P(x < 3)$

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	0	K	$2K$	$2K$	$3K$

18. मान ज्ञात कीजिए Find the value $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\sqrt{1+\tan x}}$

अथवा Or

4

ज्ञात कीजिए Find $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5} dx$

19. वक्र $x^{23} + y^{23} = 2$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent and normal to the curve $x^{23} + y^{23} = 2$ at $(1, 1)$

अथवा Or

4

ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 है और जिनका गुणनफल उच्चतम है।

Find two numbers whose sum is 24 and whose product is maximum as possible.